第 42 卷第 4 期 河南理工大学学报(自然科学版) Vol.42 No.4
2023 年 7 月 JOURNAL OF HENAN POLYTECHNIC UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE) Jul. 2023

鲁西坤,焦龙,卢超.Hammerstein系统的子迭代更新多新息梯度估计方案[J].河南理工大学学报(自然科学版),2023,42(4):130-139.doi:10.16186/j.cnki.1673-9787.2021080086

OSID

LU X K,JIAO L,LU C.Sub-iteration updating multi-innovation gradient estimation algorithm for Hammerstein system [J]. Journal of Henan Polytechnic University (Natural Science), 2023, 42 (4): 130-139. doi: 10.16186/j. cnki. 1673-9787.2021080086

Hammerstein系统的子迭代更新多新息梯度估计方案

鲁西坤,焦龙,卢超

(安阳工学院 电子信息与电气工程学院,河南 安阳 455000)

摘要:针对Hammerstein系统阶次未知和多新息长度限制辨识性能问题,提出行列式比确定阶次信息和基于子迭代更新多新息梯度辨识算法。结合半分解技术,构建线性和非线性参数相互分离的辨识模型。为便于后续参数辨识,基于参考模型原理和原始系统设计行列式比算法确定系统阶次信息。根据多次迭代更新理论,将给定多新息更新分解为子新息多次迭代更新,改善辨识性能,解决多新息长度限制辨识性能问题。基于殃差收敛定理,从理论上严格分析提出方案的收敛性能。结果表明,与已有的辨识方案相比,本文方案能有效辨识系统的参数信息,具有较高的辨识性能。

关 键 词:参数辨识;多新息思想;参考模型;Hammerstein系统;子迭代更新

中图分类号:TP273 **文献标志码:**A **文章编号:**1673-9787(2023)4-130-10

Sub-iteration updating multi-innovation gradient estimation algorithm for Hammerstein system

LU Xikun,JIAO Long,LU Chao

(*School of Electronic Information and Electrical Engineering*,*Anyang Institute of Technology*,*Anyang* 455000,*Henan*,*China*)

Abstract: To solve the unknown order of Hammerstein and multi innovation length constraint,a sub-iteration updating multi innovation gradient identification algorithm was proposed.By using the sub-decomposition technology,the identification model with parameter separation was constructed.To facilitate the parameter identification,a determinant ratio algorithm was designed to obtain the system degree information.Based on the multiple iterative updating theory,the given multi innovation was decomposed into sub innovation,in which the identification performance was improved.The convergence performance of the proposed scheme was strictly analyzed theoretically by using the martingale difference convergence theorem.Finally,the advantage of the proposed algorithm was validated by comparing existing identification schemes.

Key words: parameter identification; multi-innovation idea; reference model; Hammerstein system; sub-iteration updating

收稿日期:2021-08-24;修回日期:2021-12-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(62006213);河南省科技计划项目(222102240076)

第一作者简介:鲁西坤(1988—),男,河南周口人,讲师,主要从事系统辨识、电力系统信号处理等方面的教学和研究工作。Email:lxcbuz@163.com

0 引 言

实际工业过程中,建立系统的动力学模型是实现精确控制的前提,这使得系统辨识技术变得尤为重要。系统辨识是利用可测的系统数据,基于特定的模型类和准则函数确定模型信息的一门技术。其中,模型类主要有线性模型和非线性模型,非线性模型因具有非线性特性,能更好地刻画实际系统的动态特性。

在众多非线性模型中,Hammerstein 系统是一种典型的模块化非线性系统,它由一个非线性子模型和线性子系统级联组成,能够利用不同的非线性子模型和线性子系统相互组合表示不同实际系统的动态特性,如无线功率传输系统[1]、水箱系统[2]和精密定位平台[3]等。因此,研究 Hammerstein 系统辨识对于理解实际系统的动态特性具有重要的现实意义。

在过去的几十年,研究者为改善 Hammerstein 系统辨识性能提出了大量和有效的辨识算法。王万东等[4]利用 Hammerstein 模型对焊接熔深系统建立非线性模型,基于输出和脉冲基值电流数据,采用递归最小二乘算法实现 Hammerstein 模型的参数辨识;M.Greblicki 等[5]采用加权的 k 近邻回归估计 Hammerstein 系统的非线性部分参数,提出一种渐近偏差的辨识方案估计线性部分,对比结果表明提出算法的有效性;DING J 等[6]提出一种加权多新息辨识算法,并用于 Hammerstein 系统参数估计问题;I.A.Aljamaan 等[7]提出了一种优化算法估计 Hammerstein 系统的参数,并在其他非线性系统上验证了算法的有用性和优势;LYU B S 等[8]针对 Hammerstein 输出误差系统设计了一种两阶段辨识方案实现系统的参数估计;赵新龙等[9]提出一种基于矩阵扩围的最小二乘辨识算法,估计了具有迟滞特性的 Hammerstein 模型参数。

由以上文献可知,目前 Hammerstein 系统辨识研究主要集中在系统阶次假设已知情况下,对于系统阶次未知的 Hammerstein 系统辨识研究较少,而在对实际系统进行建模时,模型阶次往往是未知的。因此,研究系统阶次未知的 Hammerstein 系统辨识是一个有意义的课题。

在众多辨识方案中,随机梯度算法由于其算法简单、实用和计算量小等优势受到工程师和学者们的关注,在线性系统和非线性系统建模和参数估计领域被广泛使用[10-12]。由于梯度算法在参数估计中使用的系统特征数据量较少,造成算法的估计精度和收敛速率不高。为解决上述问题,许多专家和研究人员对梯度算法做了大量改进工作。其中,利用多新息理论改进的梯度算法是应用比较广泛的一种改进方式[13-14]。多新息理论主要是利用一定长度数据对单新息进行改进,使改进后的信息能够利用不同时刻的系统信息,从而提高算法的辨识性能。XU L 等[15]利用滑动窗理论和多新息辨识方法,提出一种可分离多新息梯度算法,实现了非线性系统的辨识;丁锋等[16]等针对含有色噪声随机系统辨识问题,提出一种递阶多新息梯度方案,并与递归最小二乘法、多新息梯度方法对比来证明提出算法的有效性;MA P 等[17]利用滤波技术和多新息随机梯度结合设计了一种基于数据滤波的多新息梯度算法,并将其应用于多变量伪线性系统,后与梯度算法对比验证了提出算法的优势;A.Atitallah 等[18]针对非线性系统不能同时辨识延迟参数和系统参数问题,提出一种分层梯度算法,首先将建立的目标函数分解为两个子目标函数,之后利用每个目标函数设计梯度算法,仿真结果显示提出的分层递阶梯度算法具有良好的辨识能力;XIA H F 等[19]针对多变量系统辨识性能不理想问题,提出一种极大似然多新息辨识算法,文中提高了参数估计的统计特性。

尽管以上文献结合其他技术能够实现系统的参数辨识,但是多新息向量用于参数更新时,随着多新息长度不断增加,辨识性能变差,噪声数据也随着多新息长度增加而增加。如何解决多新息长度限制辨识性能鲜有报道。本文将子迭代更新思想、半分解技术、参考模型原理和多新息理论相结合,研究系统未知的 Hammerstein 盲辨识问题,提出一种基于子迭代更新多新息梯度辨识方案。和现有文献对比,本文中 Hammerstein 系统阶次未知,属于盲辨识算法设计领域,考虑的行列式比方法仅仅利用了输入输出数据,简化了后续辨识方案,降低了设计难度。在设计辨识算法时,借鉴子迭代更新思想,首次将多新息长度整体更新参数自适应律,分解为新息长度内多次子迭代更新,改善有用数据利用率,减少噪声引入量,提高辨识性能。在理论分析方面,受殃差收敛定理启发,首次利用殃差收敛定理讨论了本文方案的收敛性能。最后,与现存辨识方案作对比分析,以证明本文方案的有效性和优势。

1 问题描述

Hammerstein系统结构示意图如图1所示,各输入输出量函数关系如式(1)~(2)所示。

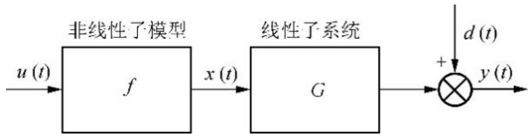

图1 Hammerstein系统

Fig.1 Hammerstein system

$$x(t)=\sum_{i=1}^{n_f} f_i u(t)^i, \tag{1}$$

$$y(t)=-\sum_{i=1}^{n_a} a_i y(t-i)+\sum_{j=1}^{n_b} b_j x(t-j)+d(t), \tag{2}$$

式中:$u(t)$,$y(t)$为系统输入输出数据;$d(t)$,$x(t)$分别为附加的噪声和中间变量;f,G分别为非线性子模型和线性子系统。

为了便于后续参数辨识,进行如下假设[20-21]。

假设1(Ⅰ)线性子系统G是稳定的子系统。(Ⅱ)系统无记忆,系统以前时刻状态均为0,即$t\leqslant 0$时,$u(t)=0$, $x(t)=0$, $y(t)=0$, $d(t)=0$。(Ⅲ) n_f, n_a, n_b是未知的系统阶次,f_i, a_i, b_j是未知系数。(Ⅳ)为了得到唯一解,在系统辨识领域通常假设某些值取特定值,本文取$b_1=1$。

为避免参数向量中发生参数耦合项现象,利用半分解原理[22]处理系统模型,获得线性和非线性参数相互分离的辨识模型,从而减少估计器的复杂度。

基于式(2),将$x(t-1)$作为半分解项,其他各项保持不变。将式(1)代入选择的半分解项中,式(2)中其他项不需要代入,式(2)可以转化为

$$y(t)=b_1 f_1 x(t-1)+\cdots+b_1 f_{n_f} x(t-1)^{n_f}+b_2 x(t-2)+\cdots+b_{n_b} x(t-n_b)-a_1 y(t-1)-\cdots-a_{n_a} y(t-n_a)+d(t)。\tag{3}$$

通过定义观测向量$\boldsymbol{\varphi}(t)$和参数向量$\boldsymbol{\theta}$,式(3)转化为常用的回归辨识模型形式,表达式为

$$y(t)=\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\theta}+d(t), \tag{4}$$

其中,

$$\boldsymbol{\varphi}(t)=[x(t-1), x(t-1)^2, \cdots, x(t-1)n_f, x(t-2), x(t-3), \cdots, x(t-n_b), -y(t-1), -y(t-2), \cdots, -y(t-n_a)]^{\mathrm{T}}, \tag{5}$$

$$\boldsymbol{\theta}=[b_1 f_1, b_1 f_2, \cdots, b_1 f_{n_f}, b_2, b_3, \cdots, b_{n_b}, a_1, a_2, \cdots, a_{n_a}]^{\mathrm{T}}。\tag{6}$$

由式(6)和假设1(Ⅳ)可知,$\boldsymbol{\theta}=[f_1, \cdots, f_{n_f}, b_2, \cdots, b_{n_b}, a_1, \cdots, a_{n_a}]^{\mathrm{T}}$。

以上参数向量中不含有参数相互耦合的元素,仅含有函数系统的各个参数项。基于半分解技术避免了冗余参数估计问题,减少了辨识算法的计算负担。

2 辨识方案

2.1 定阶方案

在辨识方案实施前,需要对系统阶次定阶处理。基于系统的结构形式,利用行列式比方法确定系统阶次信息。

首先定义线性子系统G的信息矩阵$\boldsymbol{F}_{\hat{n}}$,

$$\boldsymbol{F}_{\hat{n}}=\begin{bmatrix} y(\hat{n}) & \cdots & y(1) & x(\hat{n}) & \cdots & x(1) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ y(\hat{n}+M-1) & \cdots & y(M) & x(\hat{n}+M-1) & \cdots & x(M) \end{bmatrix}, \tag{7}$$

式中:M为数据长度;$\hat{n}$为估计阶次。

根据$\boldsymbol{F}_{\hat{n}}$,设计行列式比$\boldsymbol{DJ}(\hat{n})$的计算方式为

$$\boldsymbol{DJ}(\hat{n})_{i,i+1}=\frac{\det\left|\boldsymbol{J}(\hat{n})\right|}{\det\left|\boldsymbol{J}(\hat{n}+1)\right|}, \tag{8}$$

$$\boldsymbol{J}(\hat{n})=\frac{1}{M}\boldsymbol{F}_{\hat{n}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_{\hat{n}}, \tag{9}$$

$$\boldsymbol{J}(\hat{n}+1)=\frac{1}{M}\boldsymbol{F}_{\hat{n}+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_{\hat{n}+1}。\tag{10}$$

当行列式比满足下式条件,根据行列式比定阶原理可知,此时阶次$\hat{n}$可以认为是系统真实阶次。定阶表达式为

$$\left|\boldsymbol{DJ}(\hat{n})-\boldsymbol{DJ}(\hat{n}-1)\right| >> \left|\boldsymbol{DJ}(\hat{n}+1)-\boldsymbol{DJ}(\hat{n})\right|。$$

2.2 辨识方案

根据式(4),通用的辨识方法是设计损失函数,通过极小化损失函数获得参数自适应律。损失函数为$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\theta})=\left\|y(t)-\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\theta}\right\|^2$。基于最速下降法,可得梯度辨识算法(Stochastic gradient method, SG):

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)=\hat{\boldsymbol{\theta}}(t-1)+\frac{1}{r(t)}\boldsymbol{\varphi}(t)e(t), \tag{11}$$

$$e(t)=y(t)-\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t-1), \tag{12}$$

$$r(t)=r(t-1)+\|\boldsymbol{\varphi}(t)\|^2, r(0)=1, \tag{13}$$

式中:$e(t)$为标量新息;$r(t)$为收敛步长。

由式(11)~(13)可知,梯度算法在参数自适应律更新时,仅利用当前时刻的系统数据$\boldsymbol{\varphi}(t)$,这导致梯度算法收敛速度慢,辨识性能差。为了提高SG辨识性能,采用多新息理论,将p组数据单新息延拓为多新息向量,形成多新息梯度算法(multi-innovation Stochastic gradient algorithm, MISG)。

利用$p,p\geqslant 1$组数据将单新息$e(t)$延拓到多新息向量$\boldsymbol{E}(p,t)$,MISG 算法表达式为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)=\hat{\boldsymbol{\theta}}(t-1)+\frac{1}{r(t)}\boldsymbol{\phi}(p,t)\boldsymbol{E}(p,t), \tag{14}$$

$$\boldsymbol{E}(p,t)=\boldsymbol{Y}(p,t)-\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}}(p,t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t-1), \tag{15}$$

$$r(t)=r(t-1)+\|\boldsymbol{\phi}(p,t)\|^2,r(0)=1, \tag{16}$$

$$\boldsymbol{E}(p,t)=\begin{bmatrix}e(t) & \cdots & e(t-p+1)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \tag{17}$$

$$\boldsymbol{Y}(p,t)=[y(t),\cdots,\cdots,y(t-p+1)]^{\mathrm{T}}, \tag{18}$$

$$\boldsymbol{\phi}(p,t)=[\varphi(t),\varphi(t-1),\cdots,\varphi(t-p+1)]。 \tag{19}$$

由式(14)~(19)可知,$p=1$时,MISG 简化为传统 SG 算法。这是 SG 的自然延拓,拓展了 SG 的应用范围,提高了 SG 的辨识性能。

通过利用多新息理论修改标量新息后,参数自适应律在实施参数更新时不仅可以利用当前时刻的系统信息$\varphi(t),y(t)$,而且能够使用过去时刻的系统信息$\varphi(t-i),y(t-i)$,提高了系统数据利用效率,提升了梯度算法辨识性能。

虽然多新息随机梯度算法相对于梯度算法有较好的辨识性能,但许多研究文献表明,随着多新息长度不断增加,辨识性能在一定长度范围不断提高。继续增加多新息长度,辨识性能不但没有提高,还会出现辨识性能变差的现象。这是因为多新息长度的增加使系统信息利用率不断提高,但是噪声的引入量也不断增加,这会导致辨识性能变差。因此,较大的多新息长度限制了辨识性能提高。

为解决多新息长度限制辨识性能问题,本文根据内部更新理论,在给定多新息长度下修改参数自适应律,利用系统信息改善噪声的不利影响。

定义系统输出$y(t,i)=y(t-p+i)$,观测向量$\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)=\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t-p+i)(i=1,2,\cdots,p)$,噪声表达式$d(t,i)=d(t-p+i)(i=1,2,\cdots,p)$,

则　$y(t,i)\in\{y(t-p+1),\mathrm{y(t-p+2)}\cdots,y(t)\}$,$\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\in\{\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t-p+1),\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t-p+2),\cdots,\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t)\}$,式(15)~(17)修改为基于内部子新息迭代更新多新息梯度辨识方案,

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t)=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}(t)+\frac{\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)}{r_i(t)}e(t,i), \tag{20}$$

$$e(t,i)=y(t,i)-\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(t,i)\hat{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}(t), \tag{21}$$

$$r_i(t)=r_{i-1}(t)+\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\|^2,r_0(0)=1, \tag{22}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_0(t)=\hat{\boldsymbol{\theta}}_p(t-1),r_0(t)=r_p(t-1), \tag{23}$$

式中:i为子新息更新步数;t为多新息梯度的更新步数。当$i=p$时,下一步的多新息更新将被激活。

与多新息梯度算法相比,基于内部更新多新息梯度算法在给定的多新息长度内由原始利用p组数据整体更新参数自适应律,转换为给定长度情况下进行p个子新息内部迭代参数更新,直到多新息长度增加一个长度,下一个$(i+1)$子新息按照以上方式不断循环更新。这样噪声会被批量引入,而是在每次内部参数自适应律更新时引入,降低了噪声数据的引入量,提高了辨识性能。在一定范围多新息长度内,系统数据利用率高于噪声利用率,改善了辨识性能;当多新息长度增加到一定长度后,观测数据中噪声的比重高于系统有用数据的利用率,导致辨识性能变差。

由图 1 可知,中间变量$x(t)$在系统内部无法直接测量,造成设计的辨识算法无法实施。为解决此问题,采用参考模型方法[23]构造相应的辅助模型,利用辅助模型的输出$x_{au}(t)$代替$x(t)$,从而将$x(t)$转化为间接可测。辅助模型的构建如图 2 所示,表达式为

$$x_{au}(t)=\sum_{i=1}^{n_f}\hat{f}_i u^i(t), \tag{24}$$

其中,$\hat{f}_i$为多项式的估计系数。

由式(20)~(24)组成本文辨识方案,即子迭代更新多新息梯度(sub-iteration update multi-innovation Stochastic gradient,SIU-MISG)。

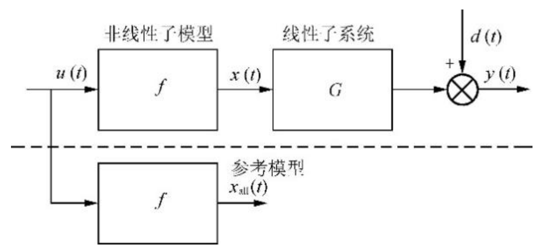

图 2　参考模型系统

Fig.2　Reference model system

本文方案实现考虑系统的参数辨识具体步骤如下。

Step1:初始化$\hat{\boldsymbol{\theta}}(0)=\boldsymbol{I}/10^3,r_0(0)=1,x_{au}(0)=\boldsymbol{I}/10^3,p=5,\boldsymbol{I}$为单位向量。

Step2:收集系统输入输出数据$\{u(t),y(t)\}$,组成观测向量$\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)$,输出$y(t,i)$。

Step3:根据式(22)计算$r_i(t)$,根据式(21)计算$e(t,i)$,根据式(20)计算$\hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t)$。

Step4:根据式(24)计算$x_{au}(t)$。

Step5:判断是否达到给定的数据长度,达到则算法终止,否则,跳转到 Step2 继续循环执行。

2.3 算法收敛性

利用殃差收敛定理[24]分析提出算法的收敛性能。

假设$\{d(t),\mathcal{F}_t\}$是一个殃差序列，其中$\{\mathcal{F}_t\}$由$\{d(t)\}$组成。噪声$\{d(t)\}$满足以下几个条件：

(M1) $E[d(t)|\mathcal{F}_{t-1}]=0$，

(M2) $E[\|d(t)\|^2|\mathcal{F}_{t-1}]=\sigma_d^2(t)\leqslant\sigma_d^2<\infty$，

(M3) $\lim\sup\limits_{t\to\infty}\frac{1}{t}\sum\limits_{i=1}^{t}\|d(i)\|^2\leqslant\sigma_d^2<\infty$。

定理 对于式(1)~(2)，提出式(20)~(24)，假设噪声满足条件(M1)~(M3)，且观测向量$\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)$满足

$$r(t)=O\left(\lambda_{\min}\left[\sum_{t_0=1}^{t}\sum_{i=1}^{p}\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t_0,i)\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(t_0,i)\right]\right),t\to\infty,$$

则有参数估计误差$\bar{\boldsymbol{\theta}}(t)=\hat{\boldsymbol{\theta}}_p(t)-\boldsymbol{\theta}\to0$，即

$$\left\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)\right\|=o\left(\frac{r(t)}{\lambda_{min}[\sum_{t_0=1}^{t}\sum_{i=1}^{p}\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t_0,i)\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(t_0,i)]}\right)\to0,a.s.\quad t\to\infty。$$

证明 定义误差$\bar{\boldsymbol{\theta}}_i(t)=\widehat{\boldsymbol{\theta}}_i(t)-\boldsymbol{\theta},i=1,\cdots,p$在式(20)两端减去$\theta$，可得

$$\bar{\boldsymbol{\theta}}_i(t)=\bar{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}(t)+\frac{1}{r_i(t)}\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)[y(t,i)-\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(t,i)\hat{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}(t)]=$$
$$\bar{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}(t)+\frac{1}{r_i(t)}\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)[-\bar{y}(t,i)+d(t,i)],\tag{25}$$

式中，

$\bar{y}(t,i)=\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(t,i)\bar{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}(t)-\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(t,i)\theta=\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(t,i)\bar{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}(t)$。

对式(25)两端取范数，可得

$$\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i(t)\|^2=\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}(t)\|^2+\frac{\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\|^2}{r_i^2(t)}\|-\bar{y}(t,i)+d(t,i)\|^2+2\frac{\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}(t)\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(t,i)}{r_i(t)}\times[-\bar{y}(t,i)+d(t,i)]=$$
$$\|\boldsymbol{\theta}_{i-1}(t)\|^2+\frac{-2r_i(t)+\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\|^2}{r_i^2(t)}\times\|\bar{y}(t,i)\|^2+\frac{\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\|^2\|d(t,i)\|^2}{r_i^2(t)}+\frac{2r_i(t)}{r_i^2(t)}-\frac{2\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\|^2}{r_i^2(t)}-[\bar{y}(t,i)d(t,i)]。\tag{26}$$

定义$W_i(t)=\|\bar{\boldsymbol{\theta}}_i(t)\|^2$，对$W_i(t)$从$i=1$到$p$求和，并将式(26)代入$W_i(t)$，可得

$$W_p(t)\leqslant W_p(t-1)+\sum_{i=1}^{p}\frac{\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\|^2\|d(t,i)\|^2}{r_i^2(t)}-\sum_{i=1}^{p}\frac{1}{r_i^2(t)}\|\bar{y}(t,i)\|^2+\frac{2r_{i-1}(t)}{r_i^2(t)}[\hat{y}(t,i)d(t,i)]。\tag{27}$$

对于$\sum\limits_{i=1}^{p}\sum\limits_{t=1}^{\infty}\frac{\left\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\right\|^2}{r_i{}^2(t)}$，可得

$$\sum_{i=1}^{p}\sum_{t=1}^{\infty}\frac{\left\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\right\|^2}{r_i{}^2(t)}=\sum_{i=1}^{p}\left[\frac{1}{r_i(0)}-\frac{1}{r_i(\infty)}\right]<\infty,$$

说明$\sum\limits_{i=1}^{p}\sum\limits_{t=1}^{\infty}\frac{\left\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\right\|^2}{r_i{}^2(t)}$是有界的。因$\sum\limits_{i=1}^{p}\sum\limits_{t=1}^{\infty}\frac{\left\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\right\|^2}{r_i{}^2(t)}=\sum\limits_{i=1}^{p}\left[\frac{1}{r_i(0)}-\frac{1}{r_i(\infty)}\right]<\infty$有界，$\bar{y}(t,i),\bar{\boldsymbol{\varphi}}(t,i),r_i(t)$与$d(t,i)$不相关，在式(27)两端关于$\mathcal{F}_{t-1}$取条件期望，并结合条件(M1)~(M3)，可得

$$E[W_p(t)|\mathcal{F}_{t-1}]\leqslant W_p(t-1)+\frac{p\sigma_d^2}{r_i^2(t)}\sum_{i=1}^{p}\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\|^2-\sum_{i=1}^{p}\frac{1}{r_i(t)}\|\bar{y}(t,i)\|^2。\tag{28}$$

因$\sum\limits_{i=1}^{p}\sum\limits_{t=1}^{\infty}\frac{\left\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\right\|^2}{r_i{}^2(t)}<\infty$有界，所以$p\sigma_d^2\sum\limits_{i=1}^{p}\sum\limits_{t=1}^{\infty}\frac{\left\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\right\|^2}{r_i^2(t)}<\infty$也有界。

对式(28)使用殃差收敛定理，可得

$$E[\|\bar{\boldsymbol{\theta}}_p(t)\|^2]\to W_0,t\to\infty,a.s.,\tag{29}$$

$$\lim_{t\to\infty}\sum_{i=1}^{p}\sum_{t_0=1}^{t}\frac{1}{r_i(t_0)}\|\bar{y}(t_0,i)\|^2<\infty,a.s.,\tag{30}$$

式中，W_0为一个有限随机数。

因为当$t\to\infty$，$r_i(t)\to\infty$成立，对式(30)使用克罗内克引理，可得

$$\sum_{i=1}^{p}\frac{1}{r_i(t_0)}\sum_{t_0=1}^{t}\|\bar{y}(t_0,i)\|^2\to0,as\ t\to\infty。$$

根据$\bar{y}(t,i)=\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(t,i)\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}(t)$，可得

$$\bar{y}(t,i)=\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(t,i)(\bar{\boldsymbol{\theta}}_i(t)-\frac{\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)}{r_i(t)}[-\bar{y}(t,i)+d(t,i)])。\tag{31}$$

对式(31)两端取平方，可得

$$\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(t,i)\bar{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}(t)\|^2\leqslant$$
$$2\|\bar{y}(t,i)\|^2+2\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\|^2\sum_{j=0}^{i-1}\frac{\|\boldsymbol{\varphi}(t-j,i)\|^2}{\|r_i(t-j)\|^2}\times\|\bar{y}(t-j,i)\|^2-4\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\|\times\|\sum_{j=0}^{i-1}\frac{\|\boldsymbol{\varphi}(t-j,i)\|^2}{\|r_i(t-j)\|^2}\times\bar{y}(t-j,i)d(t-j,i)+2\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\|^2\times\|\bar{y}(t-j,i)\|^2-4\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\|^2\times\|\sum_{j=0}^{i-1}\frac{\|\boldsymbol{\varphi}(t-j,i)\|^2}{\|r_i(t-j)\|^2}\times\bar{y}(t-j,i)\times d(t-j,i)+2\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\|^2\times\sum_{j=0}^{i-1}\frac{\|\boldsymbol{\varphi}(t-j,i)\|^2}{\|r_i(t-j)\|^2}\|d(t-j,i)\|^2。\tag{32}$$

类似式(27)，定义$S_i(t)=\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(t,i)\bar{\boldsymbol{\theta}}_i(t)\|^2$，

可得

$$E[S_p(t)|\mathcal{F}_{t-1}] \leqslant \sum_{i=1}^{p} 2\|\bar{y}(t,i)\|^2 + 2\sum_{i=1}^{p}\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\|^2 \times \sum_{j=0}^{i-1}\frac{\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t-j,i)\|^2}{\|r_i(t-j)\|^2}\|\bar{y}(t-j,i)\|^2 + 2p\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t,i)\|^2\sum_{j=0}^{i-1}\frac{\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t-j,i)\|^2}{\|r_i(t-j)\|^2}\sigma_d^2。\tag{33}$$

对式(33)两端分别除以 $r(t)$,并求和到 t,可得

$$\frac{E[S_p(t)|\mathcal{F}_{t-1}]}{r_i(t)} \leqslant \sum_{j=1}^{t-1}\sum_{i=1}^{p}\frac{2}{r_i(j)}\|\bar{y}(j,i)\|^2 + \sum_{j=1}^{t-1}\frac{2}{r_i(j)}\sum_{i=1}^{p}\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(j,i)\|^2 \times \sum_{t_0=0}^{i-1}\frac{\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t-t_0,i)\|^2}{\|r_i(t-t_0)\|^2} \times \|\bar{y}(t-t_0,i)\|^2 + \sum_{j=1}^{t-1}\frac{2p}{r_i(j)} \times \|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(j,i)\|^2 \times \sum_{t_0=0}^{i-1}\frac{\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(t-t_0,i)\|^2}{\|r_i(t-t_0)\|^2}\sigma_d^2 = \frac{2}{r_i(t)}\sum_{j=1}^{t}\sum_{i=1}^{p}\|\bar{y}(j,i)\|^2 + \frac{2}{r_i(t)}\sum_{j=2}^{t}\sum_{i=1}^{p}\frac{\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(j,i)\|^2}{r_i(i)} \times \frac{[r_i(j-1)-r_i(0)][\|\bar{y}(j,i)\|^2+p\sigma_d^2]}{r_i(j)} \leqslant \frac{2}{r_i(t)} \times \sum_{j=1}^{t}\sum_{i=1}^{p}\|\bar{y}(j,i)\|^2 + \frac{2}{r_i(t)}\sum_{j=2}^{t}\sum_{i=1}^{p}\frac{\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(j,i)\|^2}{r_i(j)} \times [\|\bar{y}(j,i)\|^2 + p\sigma_d^2]。\tag{34}$$

因 $\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{t}\int_{r_i(j-1)}^{r_i(j)}\frac{1}{x}\mathrm{d}x = \sum_{i=1}^{p}\int_{r_i(0)}^{r_i(t)}\frac{1}{x}\mathrm{d}x \leqslant \ln(r_i(t))$,

式(34)可以写为

$$\frac{E[S_p(t)|\mathcal{F}_{t-1}]}{r_i(t)} \leqslant \frac{4}{r_i(t)}\sum_{j=1}^{t}\sum_{i=1}^{p}\|\tilde{y}(j,i)\|^2 + \frac{2}{r_i(t)}\sum_{j=2}^{t}\sum_{i=1}^{p}\times\frac{\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(j,i)\|^2}{r_i(j)}p\sigma_d^2 = \frac{4}{r_i(t)}\sum_{j=1}^{t}\sum_{i=1}^{p}\|\bar{y}(j,i)\|^2 + \frac{2\ln(r_i(t))}{r_i(t)} \times (p\sigma_d^2) \to 0, t\to\infty。\tag{35}$$

由于 $\lambda_{\min}[\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{t}\hat{\boldsymbol{\varphi}}(j,i)\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(j,i)]\|\bar{\boldsymbol{\theta}}(t)\|^2 \leqslant$

$$\bar{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}(t)[\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{t}\hat{\boldsymbol{\varphi}}(j,i)\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(j,i)]\bar{\boldsymbol{\theta}}(t) \leqslant \lambda_{\max}[\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{t}\hat{\boldsymbol{\varphi}}(j,i)\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(j,i)]\|\bar{\boldsymbol{\theta}}(t)\|^2,\tag{36}$$

可得

$$\frac{\lambda_{\min}[\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{t}\hat{\boldsymbol{\varphi}}(j,i)\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(j,i)]\|\bar{\boldsymbol{\theta}}(t)\|^2}{r_i(j)} \leqslant \frac{\bar{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}(t)[\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{t}\hat{\boldsymbol{\varphi}}(j,i)\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(j,i)]\bar{\boldsymbol{\theta}}(t)}{r_i(j)} = \frac{E[S_p(t)|\mathcal{F}_{t-1}]}{r_i(t)} \to 0, \text{a. s. } t\to\infty。\tag{37}$$

因 $r(t) = O(\lambda_{\min}[\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{t}\hat{\boldsymbol{\varphi}}(j,i)\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(j,i)])$,式(37)可转化为

$$\|\bar{\boldsymbol{\theta}}(t)\|^2 = o\left(\frac{r(t)}{\lambda_{\min}[\sum_{j=1}^{t}\sum_{i=1}^{p}\hat{\boldsymbol{\varphi}}(j,i)\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(j,i)]}\right) \to 0, \quad \text{a. s. } t\to\infty。\tag{38}$$

至此,定理证毕。

3 仿真测试

例1:本文研究的非线性Hammerstein系统表达式如下。

非线性子模型,

$$x(t) = 0.5u(t) + 0.2u^2(t) + 0.1u^3(t),$$

线性动态子系统 G 离散表达式

$$y(t) = x(t-1) + 0.2x(t-2) - 0.6y(t-1) - 0.45y(t-2) + d(t)。$$

从非线性子模型和线性子系统的离散表达式形式可知,非线性Hammerstein的参数真值 $f_1 = 0.5, f_2 = 0.2, f_3 = 0.1, b_1 = 1, b_2 = 0.2, a_1 = 0.6, a_2 = 0.45$。

为验证提出算法的有效性,将本文算法和文献[11]的AM-MIGSG、文献[17]的DF-MISG进行对比。系统输入选择均值为1的零方差随机信号,附加噪声选择白噪声序列。3种辨识方案的初始值如下。

AM-MIGSG:$p = 5, \boldsymbol{\theta}(0) = [0.02, 0.0001, 0.001, 0.001, 0.005, 0.25]^{\mathrm{T}}$, $N = 2000, r(0) = 1, x_{\mathrm{ref}}(0) = 0.001$。 DF-MISG: $p = 5$, $N = 2000$, $r(0) = 1$, $\hat{\boldsymbol{\theta}}(0) = \boldsymbol{I}/p0, p0 = 10^3$。本文方案:$r_0(0) = 1, p = 5, N = 2000, \hat{\boldsymbol{\theta}}(0) = \boldsymbol{I}/p0, p0 = 10^3, x_{au}(0) = 0.001$。

$n = 1, 2, 3, 4$ 时,利用式(10)计算行列式比,获得 $DJ(n)_{i,i+1}$ 值如表1所示。由表1可知,$DJ(\hat{n})_{1,2}$ 比 $DJ(\hat{n})_{2,3}$ 增加量较明显,判断线性系统阶次为 $\hat{n} = 2$。

表 1 行列式比 $DJ(\hat{n})_{i,i+1}$ 计算结果

Tab.1 Calculation results of determinant ratio $DJ(\hat{n})_{i,i+1}$

$DJ(\hat{n})_{i,i+1}$	$\hat{n}=1$	$\hat{n}=2$	$\hat{n}=3$	$\hat{n}=4$
$\hat{n}=1$	-	84.21	-	-
$\hat{n}=2$	-	-	207.18	-
$\hat{n}=3$	-	-	-	251.65
$\hat{n}=4$	-	-	--	-

由图 3~4 可知，数据量为 0~500 时，估计参数快速趋近于期望值。数据量增加到 1 000 左右时，估计参数收敛于真实值附近，说明 AM-MIGSG、DF-MISG 和本文方案都能有效估计 Hammerstein 的参数。本文方案在收敛真实值时，需要样本数量更少，说明所提方案收敛速度更快。

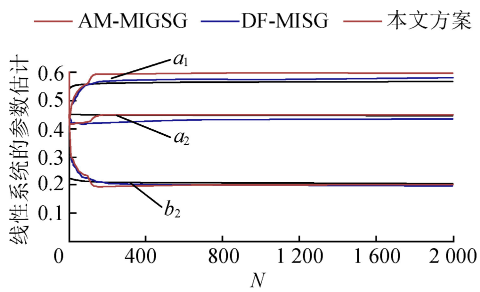

图 3 线性子系统参数估计曲线

Fig.3 Parameter estimation curves of linear subsystem

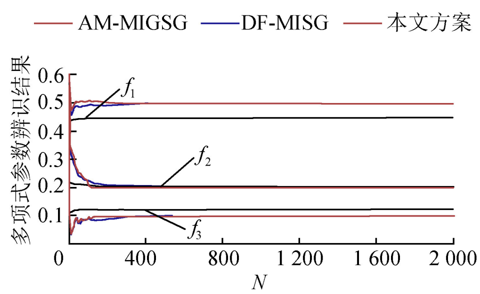

图 4 非线性子系统参数估计曲线

Fig.4 Parameter estimation curves of nonlinear subsystem

由图 5 可知，3 种辨识方案都能有效跟踪实际系统的输出，说明 3 种辨识方案是有效的。

由图 6 可知，随着样本加入，3 种辨识方案的估计误差曲线不断降低，说明 3 种辨识方案获得的参数估计值不断趋向于真实值。在参数估计初始阶段，本文方案花费更少时间，表明方案收敛速度更快。在参数估计后期阶段，本文方案稳态值更小，表明估计精度较高。

为了验证本文方案(AM-H-MISG)的抗干扰特性，选择 $\sigma^2=0.1^2, 0.5^2, 1.0^2, 2.0^2$。由图 7 可知，无论是低噪声($\sigma^2=0.1^2, 0.5^2, 1.0^2$)，还是强噪声($\sigma^2=2.0^2$)，误差估计曲线都随着 N 的增加逐渐减少，最终估计误差收敛于一个稳态值，说明本文方案在不同噪声水平下仍然可以辨识 Hammerstein 系统，具有一定的抗外界干扰性，且其低噪声情况下的辨识性能高于高噪声情况下的，这是因为低噪声对辨识算法的不利影响低于高噪声。即使在强噪声情况下，本文方案仍可获得可接受的估计精度。

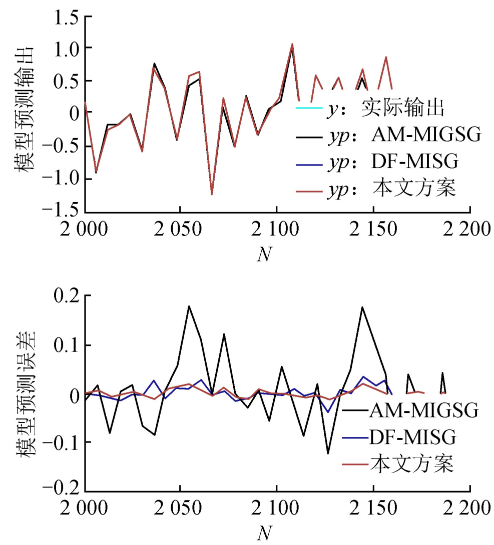

图 5 不同算法的模型验证

Fig.5 Model validation for different algorithm

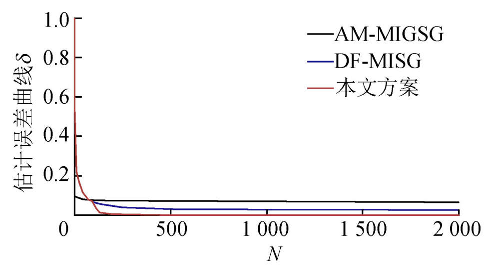

图 6 对比估计误差曲线

Fig.6 Contrastive estimation error curves

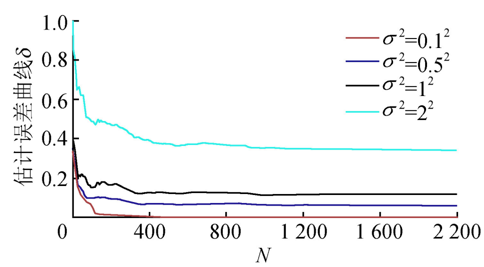

图 7 不同噪声强度的估计误差曲线

Fig.7 Estimation error curves under different noise intensity

基于 100 次蒙特卡洛独立实验验证本文方案的稳定性。由图 8 可知，参数估计分布比较集中，说明本文方案的估计值在真值附近，100 次独立实验中仅有 3 个奇异值，表明本文算法稳定性较高。

例 2:为进一步验证本文方案的有效性，考虑含绝对值非线性的 Hammerstein 系统，系统描述如下。

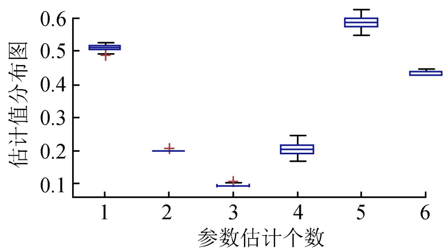

图 8　蒙特卡洛独立实验箱线图

Fig.8　Boxplot of Monte Carlo experiment

绝对值非线性子模型 f 为

$$x(t)=|u(t)|=\begin{cases}u(t), & u(t)\geqslant 0\\ -u(t), & u(t)<0\end{cases},$$

线性子系统 G 离散表达式为

$$y(t)=x(t-1)+0.2x(t-2)-0.6y(t-1)-0.45y(t-2)+d(t)。$$

由图 9~11 可知，3 种辨识方案获得的结果在真实值附近波动，说明 3 种辨识方案均能有效估计含绝对值非线性 Hammerstein 系统的参数信息，本文方案花费时间最少，说明收敛较快。在参数估计达到稳态时，本文方案能够以最小的估计误差收敛至稳态值，估计精度较高。由图 12 可知，在参数估计的开始阶段，3 种估计误差快速减少，N=800 左右时，本文方案趋于稳态，表明其能快速收敛。N=2 000 左右时，本文方案估计误差最小，验证其有较高的估计精度。由图 13 中可知，3 种方案均能跟踪实际系统输出曲线，本文方案建立的估计模型能够以最小的跟踪误差实时描述实际系统的动态特性，说明本文方案的辨识性能高于其他两种方案的。

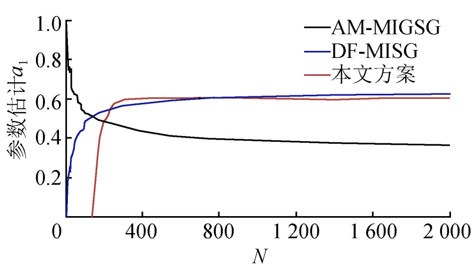

图 9　参数 a_1 的估计结果

Fig.9　Estimation results for parameter a_1

由图 14 可知，100 次蒙特卡洛实验中，只有少量参数估计远离真实值，绝大部分估计值在真实值附近，参数估计值比较集中，说明本文方案稳定性较强。

4　结　语

针对系统未知的 Hammerstein 系统参数辨识

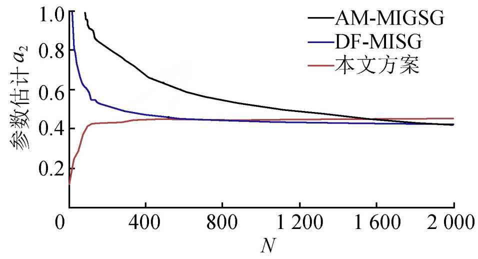

图 10　参数 a_2 的估计结果

Fig.10　Estimation results for parameter a_2

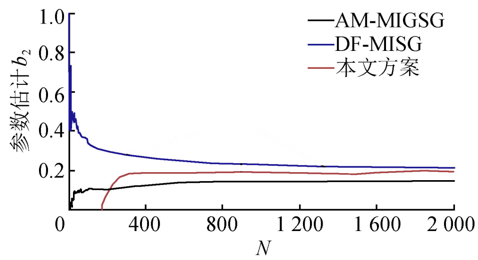

图 11　参数 b_2 的估计结果

Fig.11　Estimation results for parameter b_2

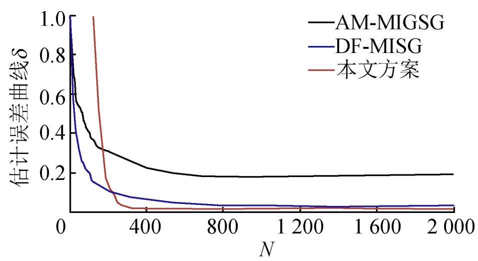

图 12　估计误差曲线

Fig.12　Estimation error curves

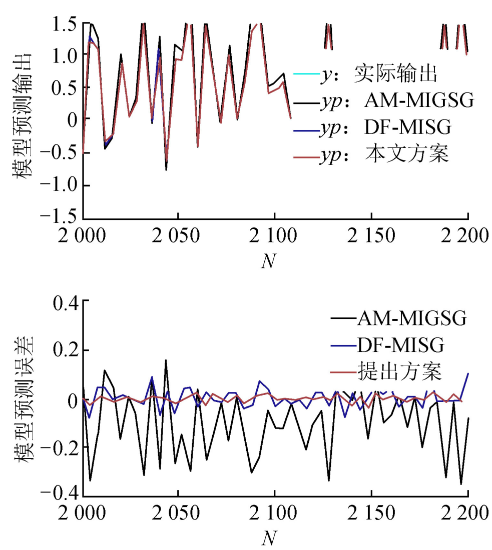

图 13　模型验证结果

Fig.13　Model validation results

问题，将参考模型、子迭代更新、多新息理论和半分解技术、阶次估计方案相结合，提出一种子迭代更新的多新息梯度估计方案。首先，利用半分解原理建立线性子系统和非线性子模型参数相互分离的估计模型，减少冗余参数估计和简化被估计

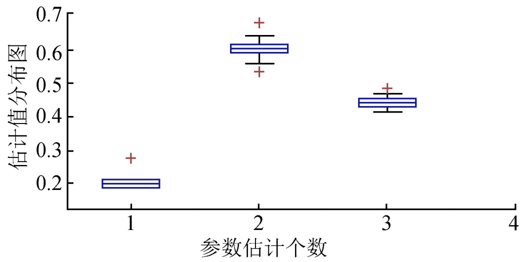

图14 本文算法蒙特卡洛箱式图

Fig.14 Monte Carlo Boxplot of the proposed algorithm

参数计算量;其次,采用参考模型方法设计非线性子模型的参考模型解决内部变量不可直接测量问题,改善估计精度;最后,将给定多新息长度转换为子新息内部迭代更新,提高系统数据利用率,降低噪声数据,提高了辨识性能。参数估计结果、模型预测、估计误差曲线、抗噪结果和蒙特卡洛独立实验结果验证了本文方案的合理性、优势和稳定性。

参考文献:

[1] HOU J, CHEN F W, LI P H, et al. Gray-box parsimonious subspace identification of Hammerstein type systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(10): 9941-9951.

[2] LI J H, ZHANG J L. Maximum likelihood identification of dual-rate Hammerstein output-error moving average system[J]. IET Control Theory & Applications, 2020, 14(8): 1089-1101.

[3] 李海芬,谭永红,董瑞丽,等.动态迟滞Hammerstein系统的改进卡尔曼状态估计[J].控制理论与应用,2020,37(4):767-775.
LI H F, TAN Y H, DONG R L, et al. Modified Kalman filtering for Hammerstein systems with dynamic hysteresis[J]. Control Theory & Applications, 2020, 37(4): 767-775.

[4] 王万东,王志江,胡绳荪,等.基于Hammerstein模型的GMAW-P焊接熔深自适应预测控制[J].机械工程学报,2019,55(19):139-145.
WANG W D, WANG Z J, HU S S, et al. Adaptive predictive control of weld penetration depth based on Hammerstein model in pulsed gas metal arc welding [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(19): 139-145.

[5] GREBLICKI M, PAWLAK M. The weighted nearest neighbor estimate for Hammerstein system identification [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(4): 1550-1565.

[6] DING J, CAO Z X, CHEN J Z, et al. Weighted parameter estimation for Hammerstein nonlinear ARX systems [J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2020, 39(4): 2178-2192.

[7] ALJAMAAN I A, AI-DHAIFALLAH M M, WESTWICK D T. Hammerstein box-Jenkins system identification of the cascaded tanks benchmark system [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2021, 2021(6): 1-8.

[8] LYU B S, JIA L, LI F. Neuro-fuzzy based identification of Hammerstein OEAR systems [J]. Computers & Chemical Engineering, 2020, 141: 106984.

[9] 赵新龙,沈帅.压电驱动器迟滞特性的类Hammerstein模型[J].压电与声光,2020,42(2):264-267.
ZHAO X L, SHEN S. Hammerstein-like model for hysteresis characteristics of piezoelectric actuators [J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2020, 42(2): 264-267.

[10] 阚涛,高哲,杨闯.采用分数阶动量的卷积神经网络随机梯度下降法[J].模式识别与人工智能,2020,33(6):559-567.
KAN T, GAO Z, YANG C. Stochastic gradient descent method of convolutional neural network using fractional-order momentum [J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2020, 33(6): 559-567.

[11] DING F, WAN L J, GUO Y Z, et al. The filtering based auxiliary model generalized extended stochastic gradient identification for a multivariate output-error system with autoregressive moving average noise using the multi-innovation theory[J]. Journal of the Franklin Institute, 2020, 357(9): 5591-5609.

[12] 吴伟国,高力扬.使用零力矩点反馈的双足机器人惯性参数辨识[J].哈尔滨工业大学学报,2021,53(7):20-26.
WU W G, GAO L Y. Inertia parameter identification of biped robot using ZMP feedback[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2021, 53(7): 20-26.

[13] 陈佳仲.基于粒子滤波的输出误差类系统辨识算法[D].南京:南京邮电大学,2020.
CHEN J Z. Particle filtering based identification algorithm for systems with output-error type model structures [D]. Nanjing: Nanjing University of Posts and Telecommunications, 2020.

[14] XIA H F, JI Y, LIU Y J, et al. Maximum likelihood-based multi-innovation stochastic gradient method for multivariable systems[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2019, 17(3): 565-574.

[15] XU L, DING F, WAN L J, et al. Separable multi-innovation stochastic gradient estimation algorithm for the nonlinear dynamic responses of systems[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2020, 34(7): 937-954.

[16] 丁锋,刘喜梅.传递函数辨识(21):线性回归系统的递阶递推参数估计[J].青岛科技大学学报(自然科学版),2021,42(4):1-13.
DING F,LIU X M.Transfer function identification.Part U: Hierarchical parameter estimation for linear regressive models[J].Journal of Qingdao University of Science and Technology (Natural Science Edition),2021,42(4):1-13.

[17] MA P,DING F.New gradient based identification methods for multivariate pseudo-linear systems using the multi-innovation and the data filtering[J].Journal of the Franklin Institute,2017,354(3):1568-1583.

[18] ATITALLAH A,BEDOUI S,ABDERRAHIM K.Identification of wiener time delay systems based on hierarchical gradient approach[J].IFAC-Papers on Line,2015,48(1):403-408.

[19] XIA H F,XU S,ZHOU C,et al.Multi-innovation gradient parameter estimation for multivariable systems based on the maximum likelihood principle[J].Optimal Control Applications and Method, 2021. DOI: https://doi.org/10.1002/oca.2766.

[20] KAPETINA M N, RAPAIĆ M R, PISANO A, et al. Adaptive parameter estimation in LTI systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64 (10):4188-4195.

[21] 王胜,张天骐,袁帅.基于循环自相关的 NC-OFDM 信号参数的盲估计[J].计算机应用研究,2019,36(5):1486-1489.
WANG S,ZHANG T J,YUAN S.Parameter blind estimation based on cyclic autocorrelation of NC-OFDM signals[J].Application Research of Computers,2019,36(5):1486-1489.

[22] VÖRÖS J. Identification of nonlinear block-oriented systems with backlash and saturation [J]. Journal of Electrical Engineering,2019,70(2):138-144.

[23] 刘艳君,尤俊瑶,丁锋.基于辅助模型正交匹配追踪的多输入系统迭代辨识算法[J].控制与决策,2019,34(4):787-792.
LIU Y J, YOU J Y, DING F.Iterative identification for multiple-input systems based on auxiliary model-orthogonal matching pursuit[J].Control and Decision,2019,34(4):787-792.

[24] GOODWIN G C,SIN K S.Adaptive filtering:Prediction and control [M]. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall,1984.

(责任编辑　袁兴起)